

Ралина и перестановки

Комбинаторика — обширная тема в олимпиадной математике. Сегодня мы познакомимся с азами комбинаторики и алфавитного кодирования. Перестановкой называют расположение всех элементов множества в каком-то порядке.

Как можно рассуждать:

1. Всего перестановок n различных элементов: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$. Например, для 3 элементов: $3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$ перестановок.
2. Если в наборе есть одинаковые элементы, то количество перестановок уменьшается. Формула: $n! / (k_1! \times k_2! \times \dots \times k_m!)$, где k_i — количество одинаковых элементов каждого вида. Например, для набора А, А, В: $3! / 2! = 3$ перестановки.
3. В задачах на алфавитный порядок (лексикографический) слова упорядочивают, как в словаре. Чтобы найти «следующее» слово, переставляют буквы по правилам: найти место, где буквы можно поменять, и переставить оставшиеся в минимальном порядке.
4. Полезно выписывать все варианты для маленьких наборов, чтобы видеть закономерности.

Главное — читать задачу внимательно и помнить:

- если буквы или числа повторяются, не забывайте делить на факториалы повторений;
- в задачах на алфавитный порядок важно знать или определить, какой порядок букв используется;
- всегда проверяйте, что перестановка включает все исходные элементы и ничего лишнего.

Задачи:

1. Сколько различных перестановок среди набора чисел 3, 4, 5, ..., 7?
2. Сколько различных перестановок среди набора чисел 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4?
3. Сколько различных перестановок среди набора чисел 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 4? (проверьте, нет ли тут подвоха)
4. Язык Ивана состоит из пяти букв Г, Р, И, Н. При этом мы не знаем, какой у них настоящий алфавитный порядок. Оказалось, что если выписать в алфавитном порядке все 24 слова из четырёх различных букв, то третьим словом в этом списке будет РИНГ. Какое слово идёт следом за ГРИН?

Больше задач и материалов можно найти на сайте: igrigin.com